

ФСУ – 1 уровень

1. Произведение разности и суммы двух выражений

Произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Пример. Выполните умножение многочленов:

1) $(2a - 5b)(2a + 5b) = (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$

2) $(7y^2 + x^4)(x^4 - 7y^2) = (x^4)^2 - (7y^2)^2 = x^8 - 49y^4$

3) $(-6mn - k)(k - 6mn) = (-6mn)^2 - (k)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

0. Какому из данных многочленов равно произведение: $(7a - 2b)(7a + 2b)$

1) $7a^2 - 2b^2$		3) $49a^2 - 4b^2$	
2) $7a^2 + 2b^2$		4) $49a^2 + 4b^2$	

1. Выполните умножение с подсказками:

1) $(c - 8)(c + 8) = (c)^2 - (\underline{\hspace{1cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$	
2) $(2ab + 3)(2ab - 3) = (2ab)^2 - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	
3) $(5x - 7y^2)(5x + 7y^2) = (5x)^2 - \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	
4) $(a^4 + b^3)(b^3 - a^4) = (b^3 + a^4)(b^3 - a^4) = \underline{\hspace{2cm}}$	
5) $(6m^2 - 11p^5)(11p^5 + 6m^2) = \underline{\hspace{2cm}}$	
6) $(-9xy - z)(9xy - z) = -(9xy + z)(9xy - z) = \underline{\hspace{2cm}}$	

2. Выполните умножение многочленов и проверьте ответ:

1) $(m - n)(m + n)$	$m^2 - n^2$	6) $(4a - b)(4a + b)$	$16a^2 - b^2$
2) $(x - 1)(x + 1)$	$x^2 - 1$	7) $(5b + 1)(5b - 1)$	$25b^2 - 1$
3) $(9 - y)(9 + y)$	$81 - y^2$	8) $(3x - 5y)(3x + 5y)$	$9x^2 - 25y^2$
4) $(3b - 1)(3b + 1)$	$9b^2 - 1$	9) $(13c - 10d)(13c + 10d)$	$169c^2 - 100d^2$
5) $(10m - 7)(10m + 7)$	$100m^2 - 49$	10) $(8m + 11n)(11n - 8m)$	$121n^2 - 64m^2$

3. Выполните умножение многочленов самостоятельно:

1) $(c - 2)(c + 2)$		6) $(x + 7)(x - 7)$	
2) $(12 - x)(12 + x)$		7) $(5a - 8b)(5a + 8b)$	
3) $(3x + y)(3x - y)$		8) $(8m + 2)(2 - 8m)$	
4) $(6x - 9)(6x + 9)$		9) $(13c - 14d)(14d + 13c)$	
5) $(10m - 1)(10m + 1)$		10) $(m + 11n)(11n - m)$	

3. Упростите выражение с подсказками:

1) $(0,3x - 0,6y)(0,3 + 0,6y) + 0,36y^2 = (0,3x)^2 - (\underline{\hspace{1cm}})^2 + 0,36y^2 =$	$0,09x^2$
2) $\frac{9}{16}m^2 - \left(\frac{3}{4}m + \frac{1}{7}n\right)\left(\frac{3}{4}m - \frac{1}{7}n\right) = \frac{9}{16}m^2 - (\underline{\hspace{2cm}}) =$	
3) $(b + 3)(b - 5) - (4 + b)(b - 4) = \underline{\hspace{2cm}}$	

4. Упростите выражение и проверьте ответ:

1) $(2a - b)(2a + b) + b^2$	$4a^2$
2) $10x^2 + (y - 5x)(y + 5x)$	$y^2 - 15$
3) $64m^2 - (8m + 9)(8m - 9)$	81
4) $(4x - 7y)(4x + 7y) + (7x - 4y)(7x + 4y);$	$65x^2 - 65y^2$
5) $(a - 2)(a + 3) + (6 - a)(a + 6);$	$a + 30$
6) $3a(a - b) - (3a + 2b)(3a - 2b).$	$-6a^2 + 4b^2 - 3ab$

5. Упростите выражение самостоятельно:

1) $(9a - 2)(9a + 2) - 18a^2$	
2) $25m^2 - (5m - 7)(5m + 7)$	
3) $(b + 7)(b - 4) + (2b - 6)(2b + 6);$	
4) $4x(3x - 10y) - (4x + y)(4x - y).$	

ФСУ – 2 уровень

1. Произведение разности и суммы двух выражений

Произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Пример. Выполните умножение многочленов:

1) $(2a - 5b)(2a + 5b) = (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$

2) $(7y^2 + x^4)(x^4 - 7y^2) = (x^4)^2 - (7y^2)^2 = x^8 - 49y^4$

3) $(-6mn - k)(k - 6mn) = (-6mn)^2 - (k)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

21. Выполните умножение многочленов и проверьте результат:

1) $(a^3 - 3)(a^3 + 3)$	$a^6 - 9$	6) $(11a^3 + 5b^2)(5b^2 - 11a^3)$	$25b^4 - 121a^6$
2) $(5 + b^2)(b^2 - 5)$	$25 - b^4$	7) $(-7 - xy)(xy - 7)$	$49 - x^2y^2$
3) $(3x - 2y^2)(3x + 2y^2)$	$9x^2 - 4y^4$	8) $\left(8a^3b - \frac{1}{3}ab^2\right)\left(8a^3b + \frac{1}{3}ab^2\right)$	$64a^6b^2 - a^2b^4/9$
4) $(10p^3 - 7k)(10p^3 - 7k)$	$100p^6 - 49k^2$	9) $(0,3m^5 + 0,1n^3)(0,3m^5 - 0,1n^3)$	$0,09m^{10} - 0,01n^6$
5) $(4x^2 - 8y^3)(4x^2 + 8y^3)$	$16x^4 - 64y^6$	10) $\left(\frac{7}{9}a^2c - 1,4b^4\right)\left(1,4b^4 + \frac{7}{9}a^2c\right)$	$\frac{49}{81}a^4c - 1,96b^8$

22. Выполните умножение самостоятельно:

1) $(x^3 + 4)(x^3 - 4)$		6) $(5n^4 - m^4)(5n^4 + m^4)$	
2) $(ab - c)(ab + c)$		7) $(0,2m^8 - 8)(0,2m^8 + 8)$	
3) $(x - y^2)(y^2 + x)$		8) $\left(\frac{2}{7}p^7 + \frac{4}{11}k^9\right)\left(\frac{4}{11}k^9 - \frac{2}{7}p^7\right)$	
4) $(3m^2 - 2c)(3m^2 + 2c)$		9) и) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y\right)$;	
5) $(6a^3 - 8b)(6a^3 + 8b)$		м) $(1,5z + 3,5)(3,5 - 1,5z)$.	

23. Запишите выражение как многочлен стандартного вида:

1) $(a + b)(b - a)$	$b^2 - a^2$	4) $(z - t)(t - z)$	
2) $(-x - y)(x + y)$		5) $(-m - n)(n - m)$	
3) $(-c + d)(c - d)$		6) $(-k - r)(-k - r)$	

24. Какой одночлен можно подставить вместо А, чтобы равенство стало верным:

1) $(4x - A)(4x + A) = 16x^2 - 81y^2$	
2) $(A - 3b)(A + 3b) = 0,25a^2 - 9b^2$	

3) $(-A - 7c)(A - 7c) = 49c^2 - 64d^6$	
4) $(-5m + 2A)(5m + 2A) = 0,36n^2 - 25m^2$	
5) $(-3A - 4q)(3A - 4q) = 16q^2 - 36r^8$	
6) $(1,5x + 5A)(-5A + 1,5x) = 2,25x^2 - 100y^4$	

25. Представьте в виде многочлена выражение:

1) $x(x - 10)(x + 10) = x(x^2 - 100) = \underline{\hspace{2cm}}$	
2) $6m^3(m + 6)(6 - m) = \underline{\hspace{2cm}}$	
3) $(c^2 - 4)(c^2 + 4)(16 + c^4) = \underline{\hspace{2cm}}$	
4) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = \underline{\hspace{2cm}}$	

26. Представьте в виде многочлена выражение:

1) $a(a - 2)(a + 2)$	$a^3 - 2a$	4) $(c - d)(c + d)(c^2 + d^2)$	
2) $-3(x + 3)(x - 3)$		5) $(2a - 1)(2a + 1)(4a^2 + 1)$	
3) $7b^2(b + 4)(4 - b)$		6) $(c^3 - 5)(c^3 + 5)(c^6 + 25)$	

ФСУ – 3 уровень

1. Произведение разности и суммы двух выражений

Произведение разности двух выражений и их суммы равно разности квадратов этих выражений.

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Пример. Выполните умножение многочленов:

1) $(2a - 5b)(2a + 5b) = (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$

2) $(7y^2 + x^4)(x^4 - 7y^2) = (x^4)^2 - (7y^2)^2 = x^8 - 49y^4$

3) $(-6mn - k)(k - 6mn) = (-6mn)^2 - (k)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

31. Выполните умножение двучленов (n – натуральное число):

1) $(a^{4n} - b^{3n})(a^{4n} + b^{3n}) = (a^{4n})^2 - \underline{\hspace{1cm}} = a^{8n} - \underline{\hspace{1cm}}$

2) $(2^n + 3^{n+1})(3^{n+1} - 2^n) = \underline{\hspace{2cm}}$

3) $(6x^{3n-2} - 5y^{5n-3})(6x^{3n-2} + 5y^{5n-3}) = \underline{\hspace{2cm}}$

32. Выполните умножение:

1) $(a^n - 4)(a^n + 4)$		3) $(x^{4n} + y^{n+2})(y^{n+2} - x^{4n})$	
2) $(b^{2n} + c^{3n})(b^{2n} - c^{3n})$		4) $(a^{n+1} - b^{n-1})(a^{n+1} + b^{n-1})$	

33. Упростите выражение:

1) $(8a - 3)(8a + 3) - (7a + 4)(8a - 4)$	
2) $0,6m(2m - 1)(2m + 1) + 0,3(6 + 5m)(6 - 5m)$	
3) $(7 - 2x)(7 + 2x) - (x - 8)(x + 8) - (4 - 3x)(5 + 3x)$	
4) $-b^2c(4b - c^2)(4b + c^2) + 16b^4c$	

34. Докажите, что при любом натуральном n значение выражения

$(13n - 24)(13n + 24) - (12n - 26)(12n + 26)$ **делится нацело на 25**

Решение. Упростим данное выражение:

$$(13n - 24)(13n + 24) - (12n - 26)(12n + 26) = (13n)^2 - 24^2 - ((12n)^2 - 26^2) =$$

$$= (13n)^2 - 24^2 - (12n)^2 + 26^2 = (13n)^2 - (12n)^2 + 26^2 - 24^2 =$$

$$= (13n - 12n)(13n + 12n) + (26 - 24)(26 + 24) =$$

35. Докажите, что при любом натуральном n значение выражения

$(7n + 8)(7n - 8) - (5n + 10)(5n - 10)$ **делится нацело на 12.**

35. Докажите, что не существует такого натурального числа n, при котором значение выражения $(4n + 3)(9n - 4) - (6n - 5)(6n + 5) - 3(n - 2)$ делится нацело на 8.

36. Найдите значение выражения:

1) $3^{20} \cdot 6^{20} - (18^{10} - 2)(18^{10} + 2);$	
2) $(5 + 28^{17})(5 - 28^{17}) + 14^{34} \cdot 2^{34};$	
3) $7^{36} \cdot 8^{20} - (14^{18} + 3)(14^{18} - 3);$	
4) $(3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1)(3^{16} + 1)(3^{32} + 1) - 3^{64}$	
5) $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) - 2^{32}$	

37. Вычислите произведение, используя формулу разности квадратов:

а) $(a + b + c)(a - b - c);$	
б) $(a - b + c)(a - b - c);$	
в) $(a + b + c)(a + b - c).$	

38. Найдите значение выражения:

а) $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1) - 2^{16};$	
б) $3^8 - (3 + 2)(3^2 + 4)(3^4 + 16);$	
в) $4(5 + 1)(5^2 + 1)(5^4 + 1)(5^8 + 1)(5^{16} + 1) - 5^{32};$	
г) $\frac{10^{32}}{9} - 11(10^2 + 1)(10^4 + 1)(10^8 + 1)(10^{16} + 1).$	

39. Сравните значения выражений, не вычисляя их:

1) $415 \cdot 425$ и $426 \cdot 414;$ 2) $1\,234\,567 \cdot 1\,234\,569$ и $1\,234\,568^2.$

40. Докажите, что разность квадратов A и B равна 84

$$A = \frac{\left(15\frac{1}{4} - 14\frac{5}{27} - \frac{5}{6}\right) \cdot 230\frac{1}{25} + 46\frac{3}{4}}{10}; \quad B = \frac{\frac{3}{7} + 4\frac{1}{3}}{10\frac{1}{3} - 9\frac{1}{7}}.$$