

2. Разность квадратов двух выражений – 1 уровень

Разность квадратов двух выражений
равна произведению разности этих
выражений и их суммы.

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Пример. Разложите на множители: $a^2 - 4$

Решение. $a^2 - 4 = a^2 - 2^2 = (a - 2)(a + 2)$

1. Разложите на множители с подсказками:

1) $a^2 - 9b^2 = a^2 - (3b)^2 = (a - 3b)(\quad)$

2) $16 - 25m^2 = 4^2 - (\quad)^2 = (\quad)(\quad)$

3) $49x^2 - 144y^2 = (7x)^2 - (\quad)^2 = (\quad)(\quad)$

4) $-0,04a^6b^8 + 1 = 1^2 - (\quad)^2 = (\quad)(\quad)$

5) $36m^2 - 2\frac{7}{9}n^8 = (6m)^2 - \frac{25}{9}n^8 =$

2. Разложите на множители и проверьте ответы:

1) $b^2 - d^2$	$(b - d)(b + d)$
2) $x^2 - 1$	$(x - 1)(x + 1)$
3) $-x^2 + 1$	$(1 - x)(1 + x)$
4) $36 - c^2$	$(6 - c)(6 + c)$
5) $4 - 25a^2$	$(2 - 5a)(2 + 5a)$
6) $49a^2 - 100$	$(7a - 10)(7a + 10)$
7) $900 - 81k^2$	$(30 - 9k)(30 + 9k)$
8) $16x^2 - 121y^2$	$(4x - 11y)(4x + 11y)$
9) $b^2c^2 - 1$	$(bc - 1)(bc + 1)$
10) $\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2\right)$	$\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)$
11) $-4a^2b^2 + 25$	$(5 - 2ab)(5 + 2ab)$
12) $144x^2y^2 - 400$	$(12xy - 20)(12xy + 20)$

3. Разложите на множители самостоятельно:

1) $16 - d^2$		2) $c^2 - 49$	
3) $0,04 - x^2$		4) $x^2 - \frac{4}{9}$	
5) $4x^2 - 25$		6) $81c^2 - 64d^2$	
7) $0,09x^2 - 0,25d^2$		8) $a^2b^4 - c^6d^8$	
9) $4a^2c^2 - 9x^2y^2$		10) $x^{24} - y^{24}$	
11) $-1600 + a^{12}$		12) $a^{18} - \frac{49}{64}$	

13) $a^2b^2c^2 - 1$		14) $100a^2 - 0,01b^2$	
15) $a^4 - b^2$		16) $p^2t^2 - 0,36k^2d^2$	
17) $y^{10} - 9$		18) $4x^{12} - 1\frac{11}{25}y^{16}$	

4. Вычислите значение выражения:

1) $7,32^2 - 6,32^2 = (7,32 - 6,32)(\quad) = \quad$

2) $10,5^2 - 9,5^2 = (10,5 - \quad)(\quad) = \quad$

3) $8,56^2 - 1,44^2 = (\quad)(\quad) = \quad$

4) $5,89^2 - 4,11^2 = (\quad)(\quad) = \quad$

293. Вычислите:

а) $78^2 - 77^2$		б) $65^2 - 64^2$		в) $123^2 - 124^2$	
г) $453^2 - 452^2$		д) $87^2 - 89^2$		е) $96^2 - 98^2$	
ё) $\frac{73^2 - 54^2}{19}$		ж) $\frac{65^2 - 91^2}{26}$		з) $\frac{45^2 - 73^2}{56}$	
и) $\frac{18^2 - 54^2}{72}$		й) $\frac{32^2 - 71^2}{78}$		$\frac{57^2 - 33^2}{43^2 - 67^2}$	

4. Решите уравнение:

1) $x^2 - 0,81 = 0$

Решение. Применив формулу
разности квадратов, получим:
 $(x - 0,9)(x + 0,9) = 0$
 $x - \quad = 0$ или $x + \quad = 0$
 $x = \quad$ или $x = \quad$
Ответ:

3) $3600 - 144x^2 = 0$

2) $4x^2 - 25 = 0$

Решение. Применив формулу
разности квадратов, получим:
 $(2x - \quad)(2x + \quad) = 0$
 $2x - \quad = 0$ или $2x + \quad = 0$
 $x = \quad$ или $x = \quad$
Ответ:

4) $-0,16 + 4x^2 = 0$

5. Решите уравнение:

1) $x^2 - 49 = 0$		2) $\frac{1}{4} - z^2 = 0$	
3) $x^2 + 36 = 0$		4) $x^2 - 0,01 = 0$	
5) $4x^2 - 9 = 0$		6) $0,04c^2 - 1 = 0$	

2. Разность квадратов двух выражений – 2 уровень

Пример 2. Разложите на множители: $100 - (a + 5)^2$

Решение: $100 - (a + 5)^2 = 10^2 - (a + 5)^2 = (10 - (a + 5)) \cdot (10 + (a + 5)) = (10 - a - 5) \cdot (10 + a + 5) = (5 - a) \cdot (15 + a)$

21. Разложите на множители, пользуясь формулой разности квадратов:

1) $(x - 3)^2 - 4 = ((x - 3) - 2)((x - 3) + 2) =$ _____

2) $(x + 6)^2 - 9x^2 = (x + 6 - \underline{\hspace{1cm}})(\underline{\hspace{1cm}}) =$ _____

3) $0,16 - (a - 1)^2 =$ _____

4) $(x - 2)^2 - (x - 5)^2 = (x - 2 - (x - 5))(\underline{\hspace{1cm}}) =$ _____

5) $(a + 10)^2 - (b - 7)^2 =$ _____

6) $64(a + 2b)^2 - 49(3a - b)^2 =$ _____

7) $(c^2 + 2c - 1)^2 - (c^2 + 3c + 4)^2 =$ _____

22. Разложите на множители, пользуясь формулой разности квадратов:

1) $(x + 2)^2 - 49$	
2) $(x - 10)^2 - 25y^2$	
3) $25 - (x - 3)^2$	
4) $(a - 4)^2 - (a + 2)^2$	
5) $(m - 10)^2 - (n - 6)^2$	
6) $(8y + 4)^2 - (4y - 3)^2$	
7) $(5a + 3b)^2 - (2a - 4b)^2$	
8) $4(a - b)^2 - (a + b)^2$	
9) $z^2(z - 11)^2 - 4z^4$	

23. Разложите на множители, пользуясь формулой разности квадратов:

1) $(x - 2)^2 - 4$	
2) $(b + 7)^2 - 100c^2$	
3) $121 - (b + 7)^2$	
4) $a^4 - (7b - a^2)^2$	
5) $(4x - 9)^2 - (2x + 19)^2$	
6) $(a + b + c)^2 - (a - b - c)^2$	
7) $(x^2 + x + 1)^2 - (x^2 - x + 2)^2$	
8) $(-3x^3 + y)^2 - 16x^6$	
9) $49p^4 - (p - 11)^2$	

24. Найдите значение выражения $(0,3x + 0,7y)^2 - (0,7x + 0,3y)^2$, если $x = 3,7$, $y = 1,3$

Решение. Разложим данное выражение на множители по формуле разности квадратов:

$(0,3x + 0,7y)^2 - (0,7x + 0,3y)^2 =$ _____

25. Найдите значение выражения:

1) $(9x - 4)^2 - (7x + 5)^2$, если $x = 1,5$;

2) $(5x + 3y)^2 - (3x + 5y)^2$, если $x = 2,1$, $y = 1,9$.

26. Разложите на множители:

1) $a^4 - 16b^4 = (a^2 - \underline{\hspace{1cm}})(a^2 + \underline{\hspace{1cm}}) = (a - \underline{\hspace{1cm}})(a + \underline{\hspace{1cm}})(a^2 + \underline{\hspace{1cm}})$

2) $625 - x^8 =$ _____

3) $a^{16} - b^{24} = (a^8 - \underline{\hspace{1cm}})(a^8 + \underline{\hspace{1cm}}) = (a^4 - \underline{\hspace{1cm}})(a^4 + \underline{\hspace{1cm}})(a^8 + \underline{\hspace{1cm}}) =$ _____

546. Представьте в виде произведения трёх множителей выражение:

1) $m^4 - 625$; 2) $x^{16} - 81$; 3) $2^{4n} - 16$,

где n – натуральное число.

28. Решите уравнение:

1) $(7x - 1)^2 - 36 = 0$ Решение. Имеем: $(7x - 1 - \underline{\hspace{1cm}})(7x - 1 + \underline{\hspace{1cm}}) = 0$ Ответ:	2) $(5x + 2)^2 - 16x^2 = 0$
3) $(3y - 1)^2 - (y + 3)^2 = 0$	4) $64(4y + 1)^2 - (12y - 5)^2 = 0$

548. Решите уравнение:

1) $(3x - 5)^2 - 49 = 0$;

2) $(4x + 7)^2 - 9x^2 = 0$;

3) $(a - 1)^2 - (2a + 9)^2 = 0$;

4) $25(3b + 1)^2 - 16(2b - 1)^2 = 0$.

2. Разность квадратов двух выражений – 3 уровень

31. Используя формулу разности квадратов, найдите значение выражения:

- 1) $19 \cdot 21 = (20 - 1)(20 + 1) = 20^2 - 1^2 =$ _____
- 2) $43 \cdot 37 = (40 + 3)(\text{_____}) =$ _____
- 3) $65 \cdot 75 = (\text{_____})(\text{_____}) =$ _____
- 4) $9,2 \cdot 10,8 = (\text{_____})(\text{_____}) =$ _____

32. Вычислите:

а) $31 \cdot 29$		б) $199 \cdot 201$		в) $72 \cdot 68$	
г) $4,1 \cdot 3,9$		д) $5,01 \cdot 4,99$		е) $15,2 \cdot 14,8$	
ж) $5\frac{1}{7} \cdot 4\frac{6}{7}$		з) $10\frac{1}{20} \cdot 9\frac{19}{20}$		и) $86^2 - 14^2$	
к) $328^2 - 172^2$					

33. Докажите, что при любом натуральном n значение выражения:

- 1) $(n + 11)^2 - (n - 4)^2$ делится нацело на 15;
- 2) $(9n + 2)^2 - (3n - 2)^2$ делится нацело на 12;
- 3) $(7n + 10)^2 - (7n - 6)^2$ делится нацело на 32;
- 4) $(9n + 16)^2 - (2n - 5)^2$ делится нацело на 77;

Решение.

- 1) Разложим выражение на множители: $(n + 11)^2 - (n - 4)^2 =$ _____

- 2) $(9n + 2)^2 - (3n - 2)^2 =$ _____

- 3) $(7n + 10)^2 - (7n - 6)^2 =$ _____

- 4) $(9n + 16)^2 - (2n - 5)^2 =$ _____

34. Докажите, что значение выражения $2^8 - 1$ делится нацело на 51

Решение. $2^8 - 1 = (2^4 - 1)(2^4 + 1) =$

554. Докажите тождество:

$$(m^3 - n^3)^2 (m^3 + n^3)^2 - (m^6 + n^6)^2 = -4m^6 n^6.$$

555. Разность квадратов двух двузначных чисел, записанных одними и теми же цифрами, равна 693. Найдите эти числа.

35. Остаток при делении на 9 натурального числа m равен 7, а натурального числа $n - 2$. Докажите, что разность квадратов чисел m и n делится на 9.

Решение. Пусть неполное частное при делении числа m на 9 равно x .

Тогда $m =$ _____

Пусть неполное частное при делении числа n на 9 равно y . Тогда $n =$ _____

556. Остаток от деления на 7 одного натурального числа равен 4, а другого числа равен 3. Докажите, что разность квадратов этих чисел кратна 7.

36. При каком значении a уравнение $(a^2 - 64)x = a + 8$:

- 1) имеет бесконечно много корней
- 2) не имеет корней
- 3) имеет один корень

Решение.

Преобразуем уравнение к виду: $(a - 8)(a + 8)x = a + 8$.

- 1) Уравнение имеет бесконечно много корней в случае: $0 \cdot x = 0$, значит

- 2) Уравнение не имеет корней в случае: $0 \cdot x = b$, значит

- 3) Уравнение не имеет корней в случае: $a \cdot x = b$, значит

557. При каком значении b уравнение $(b^2 - 4)x = b - 2$:

- 1) имеет бесконечно много корней;
- 2) не имеет корней;
- 3) имеет один корень?